

مدلسازی نااطمینانی و درون‌زا کردن متغیر مرگ و میر نوزادان و باروری در قالب مدل رشد اقتصادی

صمد آهنگر^۱ سعیده رحیمی^۲

تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۵/۲۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۱۱/۱۹

چکیده

هدف این پژوهش بررسی تأثیر نااطمینانی بر تعداد فرزندان زنده مانده است. مقاله درباره‌ی تأثیرات کاهش نرخ مرگ و میر بر باروری، آموزش و رشد اقتصادی بحث می‌کند. در مقاله کوشش شده است با وارد کردن نااطمینانی ناشی از مرگ و میر در چارچوب‌های تعادل جزئی و عمومی کاهش در باروری توضیح داده شود. در مدل معرفی شده که از ساختار مدل‌های نسل‌های تداخلی پیروی می‌کند، تصمیمات والدین درباره‌ی باروری با توجه به نااطمینانی آنان درباره‌ی مرگ و میر فرزندان نشان داده شده است. شبیه‌سازی انجام شده، نشان می‌دهد که با وارد کردن نااطمینانی به مدل، رشد جمعیت تابعی کوهانی شکل از درآمد سرانه می‌شود. با این استدلال زمانی که نرخ مرگ و میر کاهش می‌یابد، نااطمینانی نیز روند کاهشی پیدا می‌کند و در نتیجه، تقاضای احتیاطی برای داشتن فرزند نیز پایین می‌آید. افزون بر این، کاهش مرگ و میر آموزش فرزندان را افزایش می‌دهد.

استفاده از الگوی کوهانی شکل رشد جمعیت وجود وضعیت پایای پایدار مالتوسی که در آن باروری بالا و سرمایه‌گذاری روی سرمایه انسانی پایین و وضعیت پایای ناپایدار رشد که با باروری پایین و سرمایه‌گذاری بالا روی سرمایه انسانی همراه است را نشان می‌دهد. همین‌طور پرسش اینکه آیا مرگ و میر با آغاز تبادل بین کمیت و کیفیت، رشد را بالا می‌برد؟ بحث شده است که در نتیجه کاهش در مرگ و میر می‌تواند اقتصاد را از رژیم مالتوسی به دوره‌ی توسعه منتقل کند.

JEL: O47, O11, O40, J12, J11, J13

واژه‌های کلیدی: مدل‌های رشد اقتصادی، احتمال بقا، باروری، آموزش و رشد جمعیت

۱ - محقق بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران. Email: s.ahangar@cbi.ir

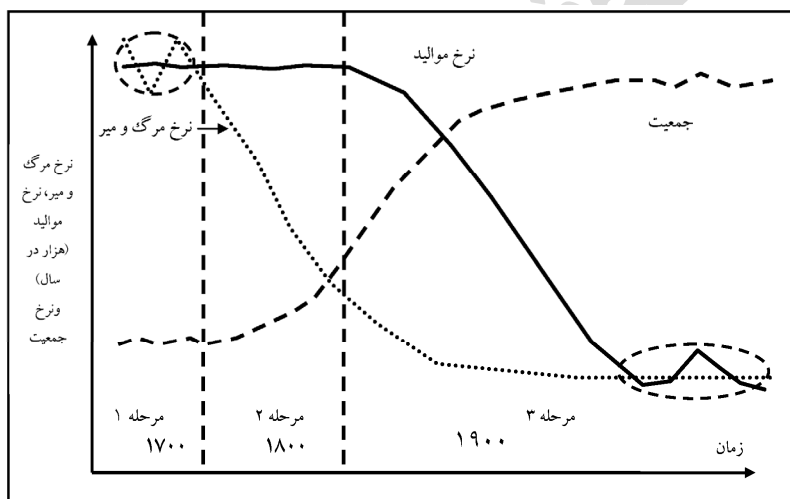
محاسبات ریاضی و پیوست‌ها در صورت علاقه‌مندی محققین و بنا به درخواست از طریق پست الکترونیکی قابل ارسال است.

۲ - محقق بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران

۱- مقدمه

کاهش در نرخ‌های مرگ و میر و باروری و افزایش سرمایه‌گذاری در سرمایه‌ی انسانی، سه توسعه‌ی اساسی در قرن گذشته است. این رخدادها در کشورهای توسعه یافته و کشورهای در حال توسعه روی داده است. کاهش مرگ و میر عموماً پیش از کاهش باروری بوده و این نکته در آمارهای تاریخی و معاصر به خوبی نشان داده شده است (Livi and Bacci, 1997). کل این پدیده به تحولات جمعیتی مشهور است. این تحولات تأثیری مهم در روند رشد اقتصادی داشته است.

شکل (۱) روند تحولات جمعیتی در کشورهای اروپایی



Van de Kaa. (2001b)

در سال ۱۷۸۰، فرزندان تازه متولد شده فقط ۶۰٪ شانس زندگی تا ۲۰ سالگی را داشتند. در سال ۱۹۳۰ این رقم به ۹۰٪ افزایش یافت. مرگ و میر نوزادان و فرزندان بین سال‌های ۱۹۵۰ و ۱۹۹۰، در کشورهای کم‌تر توسعه یافته کاهش تقریباً ۶۰ درصدی داشت. در کشورهای توسعه یافته کاهش باروری در آخر قرن نوزدهم شروع و در جنگ جهانی دوم کامل شد. در این دوره نرخ باروری کل (TFR) از ۵ فرزند به ۲/۵ فرزند کاهش یافت. در کشورهای در حال توسعه تحول جمعیتی حدود سال‌های ۱۹۵۰، شروع شد و در ۴۰ سال TFR از ۶ به ۳ رسید. متوسط سال‌های تحصیل از ۲/۳ بین سال‌های ۱۸۰۱ تا ۱۸۰۵، به ۹/۱ در

سال‌های ۱۸۹۷ تا ۱۹۰۶ رسید. حتی، تا ۱۴ سال برای دوره‌ی ۱۹۷۴ تا ۱۹۹۲، نیز افزایش یافت. در کشورهای کم‌تر توسعه‌یافته ثبت نام در کلاس‌های متوسطه از ۱۷/۱٪ در سال ۱۹۶۰ به ۴۶/۹٪ در سال ۱۹۹۰ رسیده است.

در تبیین آنچه به عنوان تحولات جمعیتی یاد می‌شود، روابطی مختلف بیان شده است. برخی از مدل‌های رشد اقتصادی در تلاش بوده‌تا به توضیحی پذیرفتنی در رابطه با جمعیت و رشد اقتصادی برسد. اما مدل‌های مرسوم حتی با متغیر باروری درون‌زا، اگر اجازه‌ی ورود متغیر مرگ و میر را به مدل بدهند، در چارچوب اطمینانی این کار را انجام می‌دهند. در این مدل‌ها با مرگ و میر بالا به عنوان کاهش بخشی از فرزندی که باید تا بزرگسالی زنده می‌ماندند، برخورد می‌شود. از این رو، این مدل‌ها از وجود ناطمینانی درباره‌ی تعداد فرزندان زنده مانده در فضای همراه با مرگ و میر بالا چشم‌پوشی می‌کنند، در این مقاله سعی می‌شود که رابطه‌ی بین کاهش باروری و کاهش مرگ و میر به صورت یک رابطه‌ی سببی^۱ تبیین شود. تلاش شده است با وارد کردن ناطمینانی ناشی از مرگ و میر در چارچوب‌های تعادل جزئی و عمومی کاهش در باروری را توضیح داده شود. در صورت توانمندی مدل در توضیح روابط، انتظار می‌رود رشد جمعیت در چارچوب تعادل جزئی با فرض بازدهی صعودی آموزش، تابعی کوهانی شکل از احتمالات بقا باشد. همچنین، با درون‌زا کردن مرگ و میر در چارچوب تعادل عمومی رشد جمعیت تابع کوهانی شکلی از درآمدسرانه گردد.

در مدل ارائه شده، وجود الگوی کوهانی شکل رشد جمعیت به عنوان تابعی از درآمد سرانه عاملی تعیین‌کننده در نتیجه‌گیری است. چرا که در سطوح پایین درآمد سرانه، رشد جمعیت همراه با بالا رفتن درآمدسرانه افزایش می‌یابد و این منابع را کم و در نتیجه، وضعیت پایای پایدار مالتوسی را به وجود می‌آورد. در این وضعیت پایا، باروری بالا و سرمایه‌گذاری روی سرمایه انسانی پایین است. در سطوح بالای درآمدسرانه، رشد جمعیت زمانی با افزایش درآمدسرانه کاهش می‌یابد و این به وضعیت پایای ناپایدار رشد با باروری پایین و سرمایه‌گذاری بالا روی سرمایه‌ی انسانی منجر می‌شود. هدف اساسی این بوده است که آیا مرگ و میر به تنهایی می‌تواند رشد از طریق آغاز تبادل بین کمیت - کیفیت را بالا ببرد و در نتیجه، کاهش در مرگ و میر می‌تواند اقتصاد از رژیم مالتوسی به دوره‌ی توسعه را منتقل کند و آیا این فرضیه که افزایش در احتمال بقا در باروری را کاهش سرمایه‌گذاری در آموزش را افزایش می‌دهد، می‌تواند پذیرفته شود.

1 - causal relationship

همچنین، این مقاله کوشیده تا با تغییر در مدل و وارد کردن نااطمینانی در آن و رسیدن دوباره به سازگاری ریاضی لازم و با استفاده از پوشش آمار به مراتب بیشتر، مدل تغییر یافته را دوباره شبیه‌سازی کرده و نتایج آن را مجدداً در قالب الگوی تعادل عمومی و جزیی ارائه نموده و نتایج حاصله را با مدل پایه بسنجد. تا بتواند ادبیات و کاربرد مدل‌های پیچیده‌ی رشد و تکنیک‌های پیشرفته‌ی شبیه‌سازی را گسترش دهد.

در ادامه مروری بر ادبیات مرتبط با تقابل تحولات جمعیتی و مدل‌های رشد اقتصادی داریم، پس درباره‌ی اجزای مدل مطالعه به تفصیل بحث می‌شود و پس از آن شبیه‌سازی و کالیبراسیون مدل انجام می‌شود و در نهایت، نتایج بیان و میزان حساسیت آن‌ها تحلیل خواهد شد.

۲- مروری بر ادبیات تحقیق

ادبیات مربوط به رابطه‌ی جمعیت و رشد اقتصادی قدمتی به سابقه علم اقتصاد دارد. این مقاله، روند تکاملی الگوهای اصلی پیشنهاد شده از سوی اقتصاددانان را دنبال می‌کند. این تکامل به طور گسترده‌ای با شیوه‌ی نگرش متغیرهای اصلی به عنوان متغیر درونزا به جای برونزا در دوره‌ی رشد، منعکس می‌شود.

با گسترش مدل‌های رشد نوکلاسیک از سوی سولو^۱ (۱۹۵۶)، نلسون^۲ (۱۹۵۶)، دنیسون^۳ (۱۹۶۲)، کوپمانز^۴ (۱۹۶۵) و کس^۵ (۱۹۶۵) که در آن روند رشد درونزا و رشد جمعیت به صورت برونزا است و رشد جمعیت سطح درآمدسرانه و نه نرخ رشد بلندمدت آن را متأثر می‌کند که این نرخ رشد تماماً توسط نرخ برونزای رشد تکنولوژیکی کنترل می‌شود، اولین شکاف مهم در تأثیر تئوری کلاسیک جمعیت و رشد که متأثر از مؤلفه کلیدی تئوری جمعیت مالتوس، یعنی وابستگی رشد جمعیت به شرایط اقتصادی، اتفاق افتاد. در این گونه مدل‌ها اندازه‌ی رشد جمعیت، فقط در تعیین سطح درآمدسرانه و نه نرخ رشد وضعیت پایای آن تأثیر دارد.

درحقیقت، فرض می‌شود نرخ رشد وضعیت پایای فقط از رشد تکنولوژیکی برونزایی متأثر می‌شود. بنابراین، این مدل‌ها درباره‌ی امکان تأثیر وضعیت اقتصادی روی متغیرهای جمعیتی چیزی نمی‌گویند. مدل‌ها نمی‌تواند اختلاف در رشد جمعیت و یا مؤلفه‌های آن، یعنی نرخ باروری و نرخ مرگ و میر را در

1 - Solow

2 - Nelson

3 - Denison

4 - Koopmans

5 - Cass

بین اقتصادهای مختلف و یا در یک اقتصاد در طول زمان، به‌خصوص در طول مراحل مختلف توسعه‌ی اقتصادی، توضیح دهد.

در ادامه، روش نگرش به جمعیت از یک متغیر برون‌زا به یک متغیر درون‌زا تغییر یافت. همچنین، رابطه‌ی بین متغیرهای اقتصادی و جمعیت که حاصل عوامل پیچیده‌ای، مانند نوع انگیزه‌های داشتن فرزند و هزینه‌ی کمیت در برابر کیفیت فرزندان (مقدار سرمایه‌گذاری والدین روی سرمایه‌ی انسانی و فرزند) است، نشان داده می‌شود. ادبیات در این مرحله به دو جریان مکمل تقسیم شد. اولی که با جمعیت به صورت کامل‌تری به عنوان متغیر درون‌زا برخورد می‌کند، اما، عموماً خود رشد را به طور سنتی مانند مدل رشد نئوکلاسیک، متغیری برون‌زا در نظر می‌گیرد. دومی که جریانی جدیدتر است، با هر دو متغیرهای رشد و جمعیت به صورت درون‌زا رفتار می‌کند.

در جریان اول دو مدل شاخص و پایه‌ای این گروه؛ یعنی مدل سولو - سوان و مدل بهینه‌سازی خانوار رمزی، رشد جمعیت اثر منفی روی متغیرهای سرانه دارد. در مدل سولو - سوان افزایش در نرخ رشد جمعیت تأثیری روی متغیرهای سرانه ندارد، چرا که این نرخ‌ها در وضعیت پایا صفر است. با این حال، افزایش در باروری به کاهش در سطح سرمایه‌ی سرانه و از این رو، کاهش در مصرف و ستاده سرانه منجر می‌گردد که این تأثیر، به رقیق کردن سرمایه معروف است. در مدل رمزی نیز افزایش در نرخ رشد جمعیت نرخ‌های رشد متغیرهای سرانه را تغییر نمی‌دهد، چرا که در وضعیت پایا صفر است. در مقایسه با مدل سولو و سوان، نرخ‌های پس‌انداز برون‌زای نئوکلاسیکی و افزایش در جمعیت بر سرمایه‌ی سرانه تأثیر نمی‌گذارد، بنابراین ستاده‌ی سرانه تا زمانی که نرخ ترجیح زمانی یکسان بماند، تغییر نمی‌کند. برخورد با جمعیت به عنوان متغیر درون‌زا نیازمند این بود که باروری و طول دوره‌ی زندگی^۱ به عنوان مؤلفه‌های درون‌زا در نظر گرفته شود.

مقاله‌ی ارزشمند بکر (۱۹۶۰) اولین تلاش جدی برای پر کردن این فضای خالی ادبیات بود که با فرمول بندی دوباره‌ی تئوری کلاسیک جمعیت با عبارت‌ها و واژه‌های اقتصادی همراه بود. این مقاله، فرزندان را به عنوان کالاهای مصرفی بادوام ضروری که از قوانین اساسی تقاضا پیروی می‌کنند، معرفی می‌کند. بکر، کمیت فرزندان را به عنوان مؤلفه‌ای از تابع مطلوبیت والدین معرفی کرد که با دیگر کالاهای موجود در این تابع مطلوبیت رقابت می‌کردند. البته، او تشخیص داد که والدین هم برای کمیت و هم برای کیفیت فرزندان

متقاضی هستند. کیفیت به عنوان مقداری از منابع که والدین روی آموزش و تغذیه‌ی هر کدام از فرزندان صرف می کنند، تعریف می گردد.

تصمیم درباره‌ی کمیت فرزندان متأثر از کنترل زاد و ولد والدین است. تقاضا برای باروری در این مدل تابعی از درآمدخانوار، هزینه های فرزندان و دانش والدین می باشد. در این مدل به بحث تقابل بین کیفیت و کمیت فرزندان اشاره شده است. یکی از دلایل معرفی باروری به عنوان متغیر درونزا این است که تصمیم گیری درباره‌ی این که چه مقدار باید پس انداز شود، با این تصمیم که چه تعداد فرزند در خانواده متولد شوند و چه مقدار هزینه صرف این فرزندان شود، مرتبط است. با این وجود، فرزندان می توانند ابزاری برای سرمایه گذاری تلقی شوند. برای مثال، منبع بالقوه‌ای برای تأمین اجتماعی دوران پیری والدین باشند. رابطه‌ی بین فرزندان و پس انداز، به خصوص اگر روند بلند مدت در نظر باشد، بسیار مهم می شود.

مدل هایی مانند مدل رات و سرنیواسان^۱ (۱۹۹۱) مدل هیر^۲ (۱۹۹۵) دو خصوصیت مشترک دارند. نخست این که والدین به مطلوبیت آینده فرزندان شان اهمیت نمی دهند؛ از این رو، رفتار آن ها را به خودپسندی تعبیر می شود. هر چند، ممکن است آن ها به تعداد و کیفیت فرزندان شان اهمیت دهند. دوم این که والدین همگی از چارچوب مدل های نسل های تداخلی^۳ استفاده می کنند.

نتیجه‌ی کلی این بخش این است که والدین خود پسند فرزندان را جزو مجموعه روش های سرمایه گذاری می بینند. در برابر، مدل هایی با ساختار والدین به اصطلاح خودپسند، مدل هایی با ویژگی باروری درونزا و والدین نوع دوست توسعه یافت. والدین نوع دوست نه تنها به مطلوبیت خود بلکه به مطلوبیت فرزندان شان نیز اهمیت می دهند. یعنی این که والدین به طور غیرمستقیم به مطلوبیت نوادگان و فرزندان شان اهمیت می دهند.

با مقاله‌ی ارزشمند بکرو بارو (۱۹۸۸) که در آن تابع مطلوبیت والدین نوع دوست معرفی شده بود، سر فصلی جدید در زمینه‌ی تحلیل رابطه‌ی مؤلفه های جمعیتی در قالب مدل های رشد به وجود آمد. مدل بکر و دیگران (۱۹۹۰) انباشت سرمایه‌ی انسانی را معرفی می کند. مهم ترین فرض آن ها درباره‌ی نرخ بازدهی سرمایه گذاری در سرمایه‌ی انسانی است.

بکر و دیگران دریافتند که اگر درآمد پایین تر از سطح معینی باشد، افزایش در درآمد باروری را افزایش می دهد و بعد از آن کاهش در درآمد باروری را به سطح وضعیت پایا برمی گرداند. این تله‌ی فقر ممکن است

1 - Raut and Srinivasan

2 - Heer

3 - Overlapping Generations

بخشی از این توضیح باشد که چرا کشورهای کم‌تر توسعه یافته نمی‌توانند وضعیت باروری بالا را ترک کنند. اگر کشوری بتواند به سطح معینی از توسعه برسد، والدین شروع به سرمایه‌گذاری بر سرمایه‌ی انسانی می‌کنند و اقتصاد به سوی وضعیت پایای همراه با سرمایه‌ی انسانی بالا همگرا می‌شود. در این وضعیت پایا باروری و زمان صرف شده روی آموزش ثابت است، در حالی که مصرف و سرمایه‌ی انسانی بانرخ ثابتی رشد می‌کند. اگر زمانی هزینه افزایش یابد یا والدین دارای نوع دوستی درون زمانی بیشتری نسبت به فرزندان‌شان داشته باشند، زمان سرمایه‌گذاری شده در آموزش افزایش می‌یابد و باروری کاهش می‌یابد و در نتیجه، نرخ رشد افزایش می‌یابد. اگر نوع دوستی بین زمانی افزایش یابد، باروری را افزایش می‌دهد؛ اما، بر نرخ رشد تأثیر نمی‌گذارد.

بکر، مورفی و تامورا^۱ (۱۹۹۰) اولین کسانی بودند که کوشیدند مدل کاملی از رشد اقتصادی و جمعیت درون‌زا که می‌تواند برخی از جنبه‌های تحولات جمعیتی را نیز توضیح دهد، را مطرح کنند. مدل نشان می‌دهد که اگر سطح اولیه‌ی سرمایه‌ی انسانی بالاتر از سطح آستانه‌ی همراه با سطح تعادلی ناپایدار توسعه باشد، سرمایه‌گذاری در سرمایه‌ی انسانی بسیار ارزشمند خواهد بود و اقتصاد به رشد ادامه خواهد داد. اگر سطح سرمایه‌ی انسانی اولیه کم‌تر از سطح آستانه باشد، اقتصاد به سوی تله‌ی مالتوسی همراه با نرخ باروری بالا و سرمایه‌گذاری صفر روی سرمایه‌ی انسانی فرزندان و رشد صفر همگرا می‌شود. بنابراین، نرخ باروری بالا همراه با سطح پایین سرمایه‌ی انسانی خواهد بود و از این رو، رشد صفر می‌شود.

مدل‌های دیگری؛ مانند مدل آموزش انجام کار^۲ و سرریز دانش^۳، مدل کرمر^۴ (۱۹۹۳)، مدل جونز (۱۹۹۸) و مدل یانگ (۱۹۹۸) نیز مدل‌هایی با تأکید بر اثر مقیاس و اثر مثبت جمعیت در تلاش بودند تا قسمتی از تحولات جمعیتی را تبیین کنند. یکی از مدل‌هایی که تأثیری بسیار مهم بر ادبیات اخیر دارد، مدل گیلور - ویل (۲۰۰۴) است. این مدل با وجود پیچیدگی‌های مفهومی و ریاضی می‌کوشد تا مدل رشد یکپارچه‌ای را که تکامل تاریخی جمعیت، تکنولوژی و ستاده را تبیین می‌کند، مطرح سازد. این تغییرات درون‌زا بین سه رژیم (رژیم مالتوسی، رژیم بعد از مالتوسی و عصر رشد اقتصادی پایدار) که ماهیت توسعه‌ی اقتصادی را شکل داده‌اند، روی داده است.

در مدل GW تکنولوژی درون‌زا است و به اندازه‌ی جمعیت و سطوح آموزش بستگی دارد و

3 - Becker, Murphy and Tamura

1 - Learning by doing

2 - Knowledge Spill over effect

همین طور، در این مدل تصمیمات باروری درونزا است که به انتخاب کمیت - کیفیت بستگی دارد. همچنین، در مدل های سرمایه ی انسانی نیز تأثیر دارد که به ازای آموزش افزایشی است؛ ولی، با روند پیشرفت تکنولوژی این روند کاهشی می شود و در نهایت، زمین وارد تابع تولید می شود و با توجه به ثابت بودن مقدار عرضه، اندازه ی جمعیت اثر منفی روی درآمد به ازای هر کارگر دارد.

مدل ارلیش و کیم^۱ (۲۰۰۶) از وجود قراردادهای ضمنی بین والدین و فرزندان استفاده کرده است. والدین جوان علاقه مند به تأمین مادی دوران پیری خود به وسیله ی فرزندان شان هستند و همین طور، منافع روانی ناشی از تقابل با آن را درک می کنند.

در این مقاله از مدل نسل های تداخلی که دارای سه دوره می باشد، استفاده شده است. این مدل نیز در تلاش بوده تا راه حل روشنی برای مسیر انتقالی اقتصاد از رکود به رشد تعادلی را نشان دهد. در ابتدا فرض شده است که اقتصاد در تعادل رکودی با رشد صفر در درآمد سرانه قرار دارد. افزایش برون زا در طول عمر دوران جوانی یا دوران پیری (به خصوص کاهش در مرگ و میر فرزندان مانند آن چه در بیشتر کشورهای اروپایی در آخر قرن هیجدهم روی داد) یا پیشرفت در تکنولوژی آموزشی که بهره وری سرمایه گذاری در فرزندان را افزایش می دهد، نرخ های بازدهی سرمایه گذاری والدین روی کمیت و کیفیت فرزندان را بالا خواهد برد. در نتیجه، نرخ باروری و سطح درآمد ممکن است افزایش یابد و اگر بهبودی در طول عمر که به اندازه ی کافی بزرگ باشد، روی دهد، باعث خواهد شد که خروج اقتصاد به سوی ناحیه ی رشد دایمی نشانه گیری شود.

۴- مدل تحقیق

یک توضیح برای تحولات جمعیتی می تواند کاهش در مرگ و میر نوزادان و فرزندان باشد. اگر خانوارها متأثر از تعداد فرزندان زنده مانده بوده و اگر آن ها تعداد مشخصی از فرزندان زنده مانده را در نظر داشته باشند، کاهش در مرگ و میر ممکن است باروری را کاهش دهد. اگر برای والدین تابع مطلوبیت نهایی فرزندان زنده مانده به ازای تعداد آن ها محذب باشد، تقاضای احتیاطی برای فرزندان وجود خواهد داشت. در مدلی که درباره ی آن بحث خواهد شد، افراد نسبت به نااطمینانی خود آگاه هستند. از این رو، زمانی که نرخ مرگ و میر کاهش یافته و در نتیجه، نااطمینانی کاهش می یابد، این تقاضای احتیاطی نیز کاهش یافته و

تبادل کمیت - کیفیت^۱ را سبب می‌شود.

از آنجایی که والدین تعداد تولد ها را قبل از این که بدانند چه تعداد از این فرزندان زنده می‌مانند، انتخاب می‌کنند، در فضای با مرگ و میر بالا، باعث خواهد شد که والدین تعداد متولدین را بیشتر از مقداری که آن‌ها در ابتدا علاقه‌مند به داشتن آن بودند، افزایش دهند. همین که نرخ مرگ و میر و متعاقب آن ناطمینانی کاهش یابد، این تقاضای احتیاطی و همچنین نرخ باروری خالص^۲ کاهش می‌یابد. همچنین، کاهش مرگ و میر، طول زندگی انتظاری فرزندان را افزایش می‌دهد، که این مسأله انگیزش برای سرمایه‌گذاری بیشتر روی سرمایه‌ی انسانی را در پی دارد. با کاهش باروری نیز منابعی که می‌تواند به سرمایه‌گذاری اضافی بیشتر روی آموزش منجر شود، آزاد می‌شود. از این رو، والدین حرکت بین مبادله‌ی کمیت و کیفیت را بسیار بهینه خواهند یافت. این که فرزند کم‌تری داشته باشند و منابع بیشتری را روی آن‌ها سرمایه‌گذاری کنند.

بنابراین، نتیجه‌ی اساسی و کلیدی درباره‌ی تبادل کمیت - کیفیت فقط زمانی به‌طور واقعی قابل فهم خواهد بود که ناطمینانی در مسأله‌ی بهینه‌سازی افراد مشارکت داشته باشد.

ناطمینانی درباره‌ی زنده‌ماندن فرزندان افزایش در تقاضای احتیاطی را به دنبال دارد. از این رو، کاهش برونزا در مرگ و میر باروری و به تدریج رشد جمعیت را کاهش می‌دهد. این مطالب نشانگر این نکته است که توضیح تحولات باروری با رابطه‌ی نسبی از کاهش مرگ و میر به کاهش باروری برای توضیح کاهش باروری با نگرش مبادله‌ی کیفیت - کمیت در تضاد نیست. افزایش احتمال بقا و مبادله‌ی کمیت - کیفیت توضیحات مکملی هستند که سعی در توضیح کامل روند کاهش باروری دارند.

البته ممکن است واکنش نرخ باروری در دو استراتژی متفاوت باشد. اولین استراتژی، استراتژی جایگزینی است که در آن باروری نسبت به مرگ و میرهای روی داده واکنش نشان می‌دهد. والدین، فرزندان فوت شده را جایگزین می‌کنند. دومین استراتژی، استراتژی احتکاري است که در آن باروری نسبت به مرگ و میر انتظاری واکنش نشان می‌دهد و والدین بیشتر از تعداد بهینه فرزندان زنده مانده، فرزند به دنیا می‌آورند.

رفتار جایگزینی به تنهایی برای ایجاد رابطه‌ی مثبت بین مرگ و میر فرزندان و باروری کل کافی است؛

1 - Quality-Quantity trade off

2 - Net Fertility Rate

برای مثال، والدینی را در نظر بگیرید که تعداد معینی از فرزندان زنده مانده را به عنوان هدف در نظر گرفته اند. اگر باروری، یک متغیر متوالی در نظر گرفته شود، والدین می توانند این هدف را با داشتن تعداد کافی از تولدها دقیقاً به اجرا بگذارند و زمانی هم که فرزندی از دنیا رفت، فرزند دیگری را اضافه کنند؛ بنابراین، تعداد فرزندان زنده مانده همیشه مساوی با تعداد فرزندان هدف قرار داده شده می باشد و از این رو، این تعداد فرزند مستقل از نرخ های مرگ و میر است.

از این رو، نرخ باروری کل، به طور مثبتی با مرگ و میر در ارتباط است؛ یعنی این که اگر مرگ و میر بیشتری رخ دهد، تولدهای بیشتری جایگزین آن می شود. اگر مرگ و میر نوزادان کاهش یابد، تعداد فرزندان کمتری نیازمند جایگزینی هستند و از این رو، نرخ باروری کل نیز به خوبی کاهش می یابد. برای این که کاهش مرگ و میر اثر منفی روی باروری خالص داشته باشد، باید انگیزش احتکاری وجود داشته باشد. به این معنی که فقط به جای جایگزینی فرزندان که مرده اند، والدین سطح باروری به عنوان مکانیسم اطمینانی در مقابل مرگ و میر احتمالی تعدادی از فرزندان در آینده را افزایش دهند. فقط در صورتی که انگیزه احتکاری به اندازه ی کافی قوی باشد، کاهش در مرگ و میر فرزندان می تواند به معنی کاهش در باروری گل به شمار آید.

شاید بتوان اثبات کرد که اگر جایگزینی فرزندان فوت شده ناممکن باشد والدین به شدت نسبت به داشتن تعداد کمی از فرزندان زنده مانده ریسک گریز باشند، انگیزه، احتکاری با توجه ریسک گریز بودن نسبت به مصرف و امکان انتخاب باروری به صورت متوالی خنثی می شود. می توان نشان داد که با داشتن انتخاب متوالی، حتی اگر والدین با درجه ی بالایی ریسک گریز باشند، رفتار احتکاری باروری را افزایش نخواهد داد. اگر والدین از استراتژی جایگزینی پیروی کنند، می توانند بدون هیچ اشتباهی تعداد فرزندان بقا یافته ای که هدف قرار داده اند را به وجود آورند و تغییر در مرگ و میر هیچ تأثیری روی نرخ خالص تولید مثل^۱ NRR نخواهد داشت.

در مطالعات، تأثیر استراتژی جایگزینی همیشه کم تر از $0/5$ بر آورد زده شده است که فقط اثر جایگزینی یک به معنی عملکرد کامل استراتژی جایگزینی است. برای توضیح مکانیسم احتکاری می توان از مدل باروری هدف قرار داده شده نیز استفاده کرد. یعنی این که به منظور داشتن N فرزند بقا یافته باید $\frac{N}{q}$ فرزند به دنیا آورده شود که q نرخ بقا است. از این رو، افزایش در q همیشه تعداد مولید را کاهش

1 - Net Rate of Reproduction

می‌دهد که ممکن است تعداد فرزندان زنده مانده تا زمانی که کاهش در تولدها دقیقاً جبران شده باشد، تغییر نیابد. البته، این مدل از این واقعیت که فرزندان کالاهای اقتصادی هستند و دارای هزینه می‌باشند، چشم‌پوشی می‌کند.

مدلی که در این مقاله معرفی می‌شود مدل تغییر یافته اوزجان است^۱ که بر پایه‌ی تأثیرات کاهش مرگ و میر بر باروری و تصمیمات آموزشی والدین برای فرزندان ساخته شده است. همچنین، با وارد کردن ناطمینانی درباره‌ی فرزندان زنده مانده که ناشی از مرگ و میر نوزادان است، در چارچوب تعادل جزئی و تعادل عمومی شبیه سازی شده است. این تأثیر ناطمینانی همراه با مرگ و میر دورنزا به دو وضعیت پایای بالقوه که یکی مالتوسی و دیگری با رشد ثابت است، منجر می‌شود.

مدل مورد نظر دارای ساختار مدل‌های نسل‌های تداخلی است که فعالیت اقتصادی در افق زمانی گسسته و بی‌نهایت صورت می‌گیرد. فرض می‌شود در هر دوره، اقتصاد یک کالای همگن را با استفاده از دو نهاد تولید می‌کند. اولین نهاد زمین و دومین نهاد سرمایه انسانی است. عرضه‌ی زمین برونزا و ثابت است. مقدار سرمایه‌ی انسانی نیز به وسیله‌ی آموزش و باروری افراد تعیین می‌شود.

۴-۱- بخش تولید

تولید با توجه به نرخ بازدهی ثابت نسبت به مقیاس و با استفاده از تکنولوژی نئوکلاسیک تعیین می‌شود. از این رو، Y_t ستاده در طول زمان را نشان می‌دهد.

$$Y_t = AH_t^\alpha X^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1)$$

H_t مقدار کل سرمایه‌ی انسانی در زمان t و X مقدار ثابت زمین است. A پارامتر ثابت کارایی است. ستاده به ازای هر کارگر در زمان t ، Y_t عبارت است از:

$$y_t = Ah_t^\alpha x_t^{1-\alpha} \equiv y(h_t, x_t) \quad (2)$$

که $h_t = H_t / L_t$ سرمایه انسانی به ازای هر کارگر و $x_t = X / L_t$ منابع به ازای هر کارگر در زمان t است.

قسمت تولید از مدل گیلور ویل (۲۰۰۰) پیروی می‌کند و از این رو، دارای دو فرض ساده‌کننده‌ی وارد نشدن سرمایه به عنوان نهاد در تابع تولید و بازدهی صفر زمین است. از این رو، سرمایه‌ی انسانی به ازای هر

کارگر در زمان t مساوی تولید متوسط است :

$$W_t = A\alpha \left(\frac{x_t}{h_t}\right)^{1-\alpha} \quad (۳)$$

افراد یک نسل دارای ترجیحاتی مشابه هستند. افراد نسل t برای دو دوره زندگی می کنند. در دوره اول زندگی؛ یعنی $(t-1)$ افراد کسری از زمان والدین شان را مصرف می کنند. در ابتدای دوره دوم زندگی؛ یعنی (t) افراد در یک زمان درباره ی باروری و میزان آموزش فرزندان شان تصمیم می گیرند.

ترجیحات فرد نوع دوست نسل t ، به مصرف در دوره دوم C_t و درآمد آینده ی فرزندان زنده مانده $N_t W_{t+1} h_{t+1}$ بستگی دارد که در آن N_t تعداد بازماندگان، W_{t+1} دستمزد آینده است و E نشان دهنده ی انتظارات در زمان t می باشد. تابع مطلوبیت برای فرد نسل t می تواند چنین نوشته شود :

$$V_t = \gamma \ln[C_t] + (1-\gamma) E_t \{ \ln[N_t W_{t+1} h_{t+1}] \} \quad (۴)$$

که تولید سرمایه ی انسانی با $h_{t+1} = e_t^\beta h_t$ نشان داده شده است.

که در آن e_t سطح آموزش فرزند و h_t سطح سرمایه ی انسانی والدین و $0 < \beta < 1$ است. خانوارها تعداد فرزندان n_t و مقدار بهینه ی آموزش را برای هر فرزند در حالی انتخاب می کنند که درباره ی بقا فرزندان اطمینانی وجود ندارد که این انتخاب با توجه به محدودیت کل زمان خواهد بود و مساوی یک است.

با فرض هزینه ی ثابت صرف زمان برای هر فرزند $v \in (0, 1)$ ، زمان باقی مانده بعد از بزرگ کردن فرزند $1 - vn_t$ خواهد بود. این زمان بین کار که به منظور گرفتن درآمد دستمزد و سرمایه گذاری روی آموزش فرزندان است، تقسیم خواهد شد. از این رو، محدودیت بودجه چنین خواهد شد :

$$W_t h_t (1 - (v + e_t) n_t) = C_t \quad (۵)$$

باید توجه داشت که :

$$dn/dq = \delta n / \delta q \text{ (نااطمینانی) } * \delta q \text{ (نااطمینانی) } / \delta q$$

نااطمینانی ناشی از واریانس است. اما، مرگ و میر بالا لزوماً به معنی واریانس بالا نیست. بنابراین، مشتق دوم لازم نیست که حتماً به ازای تمام مقادیر احتمالات بقا q منفی باشد. به ازای مقادیر داده شده ای از فرزندان، تعداد افراد بقا یافته ی انتظاری (میانگین توزیع دو جمله ای) همیشه با افزایش در احتمال بقا بالا می رود؛ اما، واریانس دو جمله ای با توجه به مقادیر احتمال بقا بالا یا پایین می رود.

اگر احتمال بقا بزرگ تر از $\frac{1}{2}$ باشد، واریانس با افزایش احتمال بقا کاهش می یابد. اما، با توجه به

روش تقریب دلتا مشتق دوم برای همه‌ی مقادیر q منفی است که این با داده‌های واقعی سازگار است^۱. در عمل نرخ‌های مرگ و میر بزرگ‌تر از ۵۰٪ دیده نمی‌شود و بنابراین، احتمالات بقای مشاهده شده در آمارهای واقعی همیشه بزرگ‌تر از $\frac{1}{2}$ است و این یعنی با افزایش احتمالات بقا همیشه واریانس در آمار کم‌تر خواهد شد.

۴-۲- بهینه‌سازی بدون وجود نااطمینانی

برای نشان دادن اهمیت نااطمینانی، ابتدا می‌توان مدل پایه‌ای را بدون وجود نااطمینانی یا به عبارت بهتر با اطمینان در نظر گرفت. در این حالت، از ماهیت تصادفی تعداد فرزندان زنده مانده به طور کامل چشم‌پوشی شود. از این رو، تعداد بازماندگان با تعداد بقا یافتگان انتظاری؛ یعنی $N_t = E_t(N_t) = n_t q$ نشان داده می‌شود که در آن $q \in (0, 1)$ احتمال بقای هر فرزند است.

با جای‌گذاری قید بودجه در تابع مطلوبیت، مسأله‌ی بهینه‌سازی فردی از نسل t برابر است با:

$$\{n_t, e_t\} = \arg \max \{ \gamma \ln [w_t h_t (1 - (V + e_t) n_t)] + (1 - \gamma) \ln [n_t q w_{t+1} h_{t+1}] \} \\ s.t : (n_t, e_t) \geq 0 \quad (6)$$

بهینه‌سازی نسبت به n_t بیانگر این است که کل زمان صرف شده روی فرزندان سهم ثابتی از کل زمان است. $1 - \gamma$ و قسمت باقی‌مانده γ به مشارکت در نیروی کار اختصاص داده می‌شود.

$$n_t = \frac{1 - \gamma}{V + e_t} \quad (7)$$

همین‌طور، بهینه‌سازی نسبت به e_t نشان می‌دهد که زمان صرف شده به منظور آموزش فرزندان به طور منفی با تعداد فرزندان و به طور مثبتی با بازدهی سرمایه‌گذاری روی سرمایه انسانی در ارتباط است.

$$e_t = \frac{\beta(1 - \gamma)}{(\beta(1 - \gamma) + \gamma)} \frac{(1 - V n_t)}{n_t} \quad (8)$$

با در نظر گرفتن دو شرط مرتبه‌ی اول:

$$n_t = \frac{(1 - \gamma)(1 - \beta)}{V} \quad (9)$$

$$e_t = \frac{\beta V}{(1 - \beta)} \quad (10)$$

بنابراین، در وضعیت اطمینان، افزایش برونزا در احتمال بقا هیچ تأثیری روی باروری و سرمایه‌گذاری

۱- این روش در پیوست توضیح داده شده است که در صورت نیاز قابل ارسال است.

روی سرمایه‌ی انسانی ندارد که به‌طور مستقیم نیز از معادلات (۹) و (۱۰) قابل برداشت است. همچنین، با استفاده از این واقعیت که مطلوبیت لگاریتمی بیانگر کشش واحد تقاضا برای فرزندان نسبت به هزینه‌ی آنان می‌باشد، قابل توجه است. با افزایش احتمال بقا، قیمت تولدهای بقا یافته؛ یعنی $\frac{V}{q}$ کاهش می‌یابد و در نتیجه، با توجه به این که فرزندان کالاهای نرمالی هستند، افزایش کمیت آن‌ها را به نسبت قابل قبول می‌کند. این تغییر قیمت اثر درامدی و جانشینی نیز دارد.

اثر درآمدی بیانگر این مطلب است که مصرف و تعداد فرزندان بقا یافته انتظاری افزایش خواهد یافت که حاکی از افزایش تعداد فرزندان است. اثر جانشینی در خلاف جهت حرکت می‌کند؛ به این معنی که مصرف کاهش خواهد یافت و تعداد فرزندان بقا یافته انتظاری افزایش می‌یابد. با داشتن مطلوبیت لگاریتمی این دو اثر جانشینی و درآمدی همدیگر را در تعادل نگه خواهند داشت؛ و بنابراین، مصرف با افزایش q متأثر نخواهد شد. بنابراین، قید بودجه همان معادله؛ یعنی $C_t = w_t h_t (1 - (V + e_t) n_t)$ خواهد بود.

با توجه به این واقعیت که مقدار بهینه‌ی آموزش به ازای q تغییر نخواهد یافت، مقدار بهینه‌ی فرزندان نیز تغییر نخواهد یافت. دلیل این که چرا مقدار بهینه‌ی آموزش به ازای q تغییر نمی‌یابد (در شرایط بدون ناطمینی)، این است که با توجه به کاهش هزینه‌ی بقا یافتگان والدین می‌خواهند تعداد فرزندان بقا یافته‌ی انتظاری را با تولید فرزند بیشتر افزایش دهند. اما، قیمت نسبی فرزند زنده مانده‌ای که آموزش دیده است، تغییر نمی‌کند.

با افزایش مرگ و میر، مثل پنجاه درصد به منظور داشتن یک فرزند آموزش دیده، والدین باید دو فرزند با مقدار یکسانی از آموزش داشته باشند. اما، اگر مرگ و میری وجود نداشت، والدین می‌توانند یک فرزند داشته باشند و به او آموزش دهند و بدین ترتیب، یک فرزند بقا یافته آموزش دیده داشته باشند. از این رو، هیچ تغییری در نقطه‌ی بهینه‌ی آموزش با افزایش در q وجود نخواهد داشت. و زمانی که ناطمینی وارد مدل شود، تأثیر اضافی دیگری به نام تأثیر ریسک وجود خواهد داشت که در بخش بعدی گفته خواهد شد. اثر افزایش احتمال بقا روی نرخ رشد جمعیت در وضعیت اطمینان می‌توان چنین ادامه داد:

$$\frac{L_{t+1}}{L_t} - 1 = E_t(N_t) - 1 = n_t q - 1 \quad (11)$$

که L_t اندازه‌ی جمعیت در زمان t است.

در وضعیت اطمینان تأثیر افزایش احتمال بقا روی فرزندان زنده مانده انتظاری مثبت است و از این رو، این نتیجه روی نرخ رشد جمعیت نیز صادق است.

$$\frac{d(L_{t+1}/L_t)}{dq} = n_t = \frac{(1-\gamma)(1-\beta)}{V} > 0 \quad (12)$$

که به سادگی از این واقعیت که تعداد و بهینه‌ی فرزندان با q تغییر نمی‌کند، قابل استخراج است.

۴-۳- بهینه سازی با وجود نااطمینانی

با وجود نااطمینانی، تعداد بقا یافتگان متغیر تصادفی با توزیع احتمال دو جمله ای خواهد بود. از این رو،

احتمال N_t از n_t برابر است با:

$$f(N_t; n_t, q_t) = \binom{n_t}{N_t} q_t^{N_t} (1-q_t)^{n_t-N_t} \quad N_t = 0, 1, \dots, n_t \quad (13)$$

که در آن $q_t \in (0, 1)$ احتمال بقا هر فرزند است. فرض می‌شود که احتمال بقا در طول زمان ثابت باشد که البته، باید دقت کرد که این فرض در مدل تعادل عمومی کنار گذاشته می‌شود. ماکزیمم سازی مطلوبیت انتظاری و همین‌طور شروط مرتبه‌ی اول عبارت است از:

$$E_t(V_t) = \sum_{N_t=0}^{n_t} \{ \gamma \ln[C_t] + (1-\gamma) \ln[N_t W_{t+1} h_{t+1}] \} f(N_t; n_t, q) \quad (14)$$

$$e_t - \frac{\beta(1-\gamma)}{(\beta(1-\gamma) + \gamma)} \frac{(1-Vn_t)}{n_t} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{-\gamma(V+e_t)}{1-\gamma(V+e_t)n_t} + \frac{1-\gamma}{n_t} + \frac{(1-\gamma)(1-q)}{2qn_t^2} \quad (16)$$

بنابراین نرخ رشد جمعیت:

$$\frac{L_{t+1}}{L_t} - 1 = E_t(N_t) - 1 = (n_t q) - 1 \quad (17)$$

N_t اندازه‌ی جمعیت در زمان t است.

با توجه به معادلات بالا افزایش برونزا احتمال بقا (کاهش در مرگ و میر) باعث می‌شود که والدین تقاضای احتیاطی خود را برای داشتن فرزند کاهش دهند. از این رو، آن‌ها تصمیم می‌گیرند فرزند کم‌تری داشته باشند و در مقابل آموزش بیشتری برای آن‌ها تدارک ببینند. افزون بر این، در سطوح پایین بقا، افزایش در احتمال بقا نرخ رشد جمعیت را بالا می‌برد و این در حالیتیست که در سطوح بالاتر بقا در صورتی افزایش احتمالات بقا نرخ رشد جمعیت را کاهش خواهد داد که بازدهی آموزش به اندازه‌ی کافی بالا باشد. عبارت‌های زیر نیز برقرار هستند:

$$\forall q, \frac{dn_t}{dq} < 0, \quad \forall q, \quad \frac{de_t}{dq} > 0$$

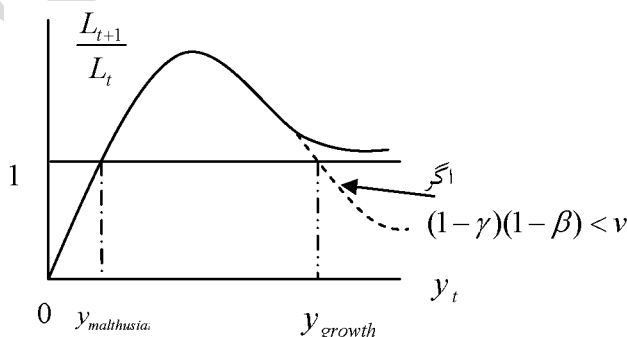
$$\lim_{q \rightarrow 0} \frac{d(L_{t+1}/L_t)}{dq} > 0, \quad \lim_{q \rightarrow 0} \frac{d(L_{t+1}/L_t)}{dq} < 0, \text{ if } \beta \cong 1 \quad (18)$$

$$\frac{d^2(L_{t+1}/L_t)}{dq^2} < 0, \quad \forall q$$

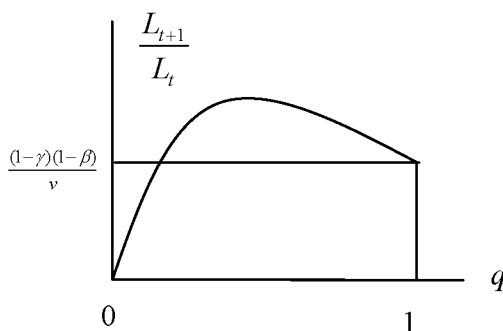
با توجه به عبارات بالا، نتیجه‌ی مالتوسی این خواهد بود که نرخ رشد جمعیت به طور مثبتی روی شانس بقا بستگی دارد و نتیجه‌ی غیر مالتوسی بیان می‌کند که نرخ رشد جمعیت با افزایش بقا کاهش می‌یابد.

انتقال از وضعیت مالتوسی به غیر مالتوسی بستگی به نرخ‌های مرگ و میر اولیه و بازدهی آموزش دارد. زمانی که احتمال بقا پایین است (نرخ مرگ و میر اولیه بالا) نرخ رشد جمعیت همراه با افزایش در نرخ بقا با توجه به افزایش تعداد بازماندگان بالا می‌رود. زمانی که احتمال بقا بالاست، اگر چه نرخ رشد جمعیت ممکن است به دلیل افزایش تعداد بازماندگان بالا رود؛ اما، به دلیل واکنش منفی باروری ممکن است این تأثیر خنثی شود. در بیشتر ادبیات مبادله‌ی کمیت - کیفیت بازدهی آموزش را بالا در نظر می‌گیرند؛ یعنی β را نزدیک به عدد یک فرض می‌کنند. با این توضیح که تفاوت بین زمان تخصیص یافته به سرمایه‌گذاری در سرمایه‌ی انسانی به تفاوت فاحش در سطوح درآمد سرانه در وضعیت پایا منجر می‌شود. از این رو، اگر بازدهی آموزش به اندازه‌ی کافی بالا باشد (برای مثال β نزدیک به یک باشد) رشد جمعیت تابع مقعری از احتمال بقا خواهد بود.

شکل (۲) رشد جمعیت تابعی از درآمد سرانه



شکل (۳) رشد جمعیت تابعی از احتمال بقا



۴-۴- تحلیل تعادل عمومی

در این قسمت رابطه دینامیکی مرگ و میر، باروری و سرمایه‌گذاری روی سرمایه‌ی انسانی در چارچوب مدل‌های رشد اقتصادی تحلیل می‌شوند و برای این که بتوان چنین موردی از تعادل عمومی را به وجود آورد باید احتمالات بقا درون‌زا شود.

۴-۵- مرگ و میر درون‌زا

مطالعات تجربی به صورت سری زمانی و هم مقطعی دلالت بر این نکته دارند که با افزایش درامدسرانه نرخ های مرگ و میر کاهش می‌یابد. بر مبنای این مدارک، در تحلیل تعادل عمومی فرض می‌شود که q تابع مقعری از درامدسرانه است.

$$q_t = q(Y_t) \quad (19)$$

$$q_y(y_t) > 0, \quad q_{yy}(y_t) < 0$$

$$\lim_{y_t \rightarrow 0} q_t = 0, \quad \lim_{y_t \rightarrow 0} q_t \leq 1, \quad [0, 1]$$

کوهانی شکل بین احتمال بقا و نرخ رشد جمعیت و رابطه‌ی مقعر بین احتمال بقا و درامدسرانه می‌توان به رابطه‌ی کوهانی شکل بین نرخ رشد جمعیت و درامدسرانه رسید. همان‌طور که در شکل (۳-۷) دیده می‌شود، نرخ رشد جمعیت منفی ($\frac{L_{t+1}}{L_t}$ زیر یک) در درامدهای سرانه بالا، بستگی به مقادیر پارامترها و به خصوص $V > (1-\gamma)(1-\beta)$ دارد. این نابرابری بیان می‌کند که به ازای نرخ داده شده بازدهی آموزش، اگر والدین به مصرف خودشان خیلی اهمیت بدهند (γ بالا) یا اگر هزینه‌ی ثابت فرزند (V) بالا باشد، آن‌ها ترجیح می‌دهند به منظور افزایش مصرف خودشان فرزند کم‌تری داشته باشند. و از طرفی، اگر

ارزش گذاری والدین برای مصرفشان و هزینه ی فرزندان ثابت باشد، بازدهی بالا روی آموزش (β بالا) این نابرابری را برقرار خواهد کرد. اگر این نابرابری تبدیل به تساوی شود، در درآمدهای بالا $\frac{L_{t+1}}{L_t}$ به سمت یک میل می کند، به این معنی که نرخ رشد جمعیت صفر است. با یادآوری این که این مطالب گفته شده با نرخ های صفر و منفی بعضی از کشورهای اروپایی سازگار است.

۴-۶- تکامل حرکتی رشد جمعیت، سرمایه ی انسانی و ستاده

حرکت اقتصاد با رشد ستاده به ازای هر کارگر، جمعیت و سرمایه ی انسانی به ازای هر کارگر و منابع به ازای هر کارگر نشان داده می شود. رشد سرمایه ی انسانی به ازای هر کارگر و جمعیت به ترتیب در عبارت های $h_{t+1} = e_t^\beta h_t$ و $(3-77)$ آورده شده است.

رشد منابع به ازای هر کارگر :

$$x_{t+1} = \frac{X}{L_{t+1}} \quad (20)$$

بنابراین، رشد اقتصاد با سری $\{h_t, x_t, L_t\}_{t=0}^{\infty}$ که معادلات $(3-65)$ و $(3-77)$ و $(3-80)$ را برقرار کند، مشخص می شود. با این وجود، با در نظر داشتن معادله ی $(3-79)$ و L_t و h_t با توجه به y_t با n_t و e_t رشد می یابد. بنابراین، باجایگذاری برای $\frac{L_{t+1}}{L_t}$ و h_{t+1} درون یک شکل یک دوره ای تکرار شده ای از معادله ی $(3-63)$ به طور ضمنی می توان پی برد که y_{t+1} تابعی از y_t است.

$$y_{t+1} = Ay_t \left[\frac{\beta(1-\gamma)}{\gamma + \beta(1-\gamma)} \right]^{\beta\alpha} \left[\frac{(1-m_t)}{n^t} \right]^{\beta\alpha} [n_t q_t]^{\alpha-1} \equiv \Psi(y_t) \quad (21)$$

که در آن $q_t = q(y_t)$ ، $n_t = n(q(y_t))$ است.^۱ بنابراین، رشد اقتصاد را می توان با یک معادله ی دیفرانسیل مرتبه ی اول غیر خطی تک بعدی داده شده در معادله ی (۲۱) نشان داد. رشد درآمد سرانه ناشی از انباشت سرمایه ی انسانی مثبت و رشد منفی جمعیت است که هر دوی موارد گفته شد. نتیجه ی تبادل کمیت - کیفیت ناشی از افزایش شانس بقا است. حل معادله ی دیفرانسیلی (۲۱) دشوار است. از آنجایی که علامت شیب Ψ' و تقعر آن Ψ'' مبهم است، چارچوب بالا می تواند نتایج تعادلی متفاوتی بدهد که بستگی به مقادیر پارامترهای این مدل خواهد داشت. نتیجه ی تعادلی احتمالی، شاید یکی از دو وضعیت

۱ - تعیین علامت مشتق اول و دوم این معادله بسیار مهم و در پیوست یاد شده آورده شده است.

پایاست که یکی وضعیت پایای پایدار مالتوسی (نشان داده شده با y_m) که دامنه‌ی آن از 0 تا y_g است و دومی وضعیت پایای ناپایدار رشد (که y_g نشان داده می‌شود) که در آن توسعه‌ی مستمر قابل دستیابی است.

الگوی کوهانی شکل رشد جمعیت که تابعی از درآمدسرانه است، یک عامل اساسی در تعیین شکل $\Psi(0)$ بود و از این رو، نتایج تعادلی آن است. شکل نرخ رشد جمعیت به عنوان تابعی از درآمدسرانه بستگی به شکل تبعی $q(0)$ و محدودیت‌های پارامترها دارد.

اگر $q(0)$ مقعر باشد، به ازای مقادیر بالای درآمدسرانه به سمت یک میل می‌کند، و اگر محدودیت‌های پارامتری مربوط به رشد جمعیت، کوهانی شکل بودن آن را به عنوان تابعی از q_t برقرار سازد؛ در نتیجه، رشد جمعیت نظیر آن‌چه در شکل (۳-۸) دیده می‌شود، خود تابعی کوهانی شکل از درآمدسرانه خواهد شد. حال، اگر چنانچه نرخ رشد جمعیت در درآمدهای بالا منفی باشد، آنگاه دو مقدار وضعیت پایا وجود خواهد داشت. در سطوح پایین درآمدسرانه (قسمت y_m) شانس بقا نیز پایین می‌باشد؛ از این رو، افزایش در احتمالات بقا در نتیجه‌ی بالا رفتن درآمدسرانه، به افزایش در نرخ رشد جمعیت منجر خواهد شد.

این نتایج در درآمدهای پایین همراه با کاهش منابع به ازای هر کارگر به دلیل ثابت بودن عوامل تولید نظیر زمین است که موارد گفته شده از ویژگی‌های وضعیت پایای مالتوسی است. در سطوح بالاتر درآمدسرانه (بالاتر از y_g) احتمالات بقا بالا است و در اثر افزایش بیشتر در احتمالات بقا به وسیله‌ی کاهش باروری کاهش رشد جمعیت را در پی خواهد داشت. مطلب گفته شده همراه با افزایش سطوح سرمایه‌گذاری روی سرمایه‌ی انسانی در نهایت، به درآمدسرانه بالا و در نتیجه رشد دورنزا منجر خواهد شد. با رشد منفی جمعیت در سطوح بالای درآمدسرانه، رشدی بیش از رشد پایدار وجود دارد. بدین ترتیب، کوچک شدن جمعیت در طی زمان، رشد پایداری را در درآمدسرانه به وجود آورده است. نکته‌ی جالب این است که این نتیجه خارج از چارچوب بوده است. هیچ پیشرفت تکنولوژی برونزا و یا درونزایی در این مدل در نظر گرفته نشده است. اما، در اصل ممکن است یک انتقال درونزایی وجود داشته باشد که بتواند حرکت از یک وضعیت پایا به وضعیت دیگر را سبب شود. وضعیت پایای مالتوسی با یک انتقال به سمت بالای تابع بقا $q(0)$ در طی زمان می‌تواند ناپدید شود.

از آنجایی که هیچ پیشرفت تکنولوژی وجود ندارد؛ بنابراین، انتقال درونزایی بین دو وضعیت پایا وجود ندارد. هر چند که هیچ رشد پایداری در هیچ کدام از وضعیت‌ها نیز وجود ندارد. رشد جمعیت و

رشد درامد سرانه در وضعیت های پایا صفر هستند، به این معنی که رشد درامد کل نیز صفر است. در خارج از وضعیت های پایا وضعیت متفاوت است.

در اطراف وضعیت پایای مالتوسی، رژیم مالتوسی برقرار است و اقتصاد نزدیک وضعیت پایای مالتوسی می ماند. مقدار یکسان افزایش در جمعیت و درامد کل رشد درامد سرانه را صفر می کند. بنابراین، اقتصاد در وضعیت مالتوسی در تله گرفتار می شود. نرخ منفی رشد جمعیت بالاتر از رشد وضعیت پایا اجازه ی رشد درامد سرانه را می دهد. اگر پیشرفت تکنولوژی به صورت برونزا نیز وجود داشته باشد، $\Psi(0)$ به سمت بالا منتقل می شود و پدید آمدن یک پرش (انتقال) از رژیم مالتوسی به رژیم رشد را سبب می شود. اگر پیشرفت درونزای تکنولوژی موجود باشد، کاهش برونزا در مرگ و میر می تواند به عنوان پایه ای برای رشد یکپارچه شود که می تواند انتقال کامل از دنیای مالتوسی به دنیای رشد مدرن را توضیح دهد. بعد از یک کاهش اولیه در مرگ و میر، رشد جمعیت بدون واکنشی از طرف باروری افزایش خواهد یافت. اما، مرگ و میر کم تر سرمایه گذاری روی سرمایه ی انسانی را نیز افزایش می دهد که این تأثیر به پیشرفت تکنولوژی بیشتری منجر می شود (تغییر تکنولوژی تابعی از آموزش است) و از این رو، با درامد بیشتر دیگری مرگ و میر نیز کم تر می شود. سپس، تأثیر واکنش باروری به میان می آید و رشد جمعیت کاهش یافته و سرمایه گذاری روی سرمایه ی انسانی افزایش می یابد.

در نتیجه، کاهش در مرگ و میر می تواند اقتصاد از رژیم مالتوسی به دوره ی توسعه منتقل کند. باید توجه کرد که تأکید روی مرگ و میر است؛ بنابراین، از مسائلی مانند رشد تکنولوژی چشم پوشی شده است. هدف اساسی این است که آیا مرگ و میر به تنهایی می تواند رشد از طریق آغاز تبادل بین کمیت - کیفیت را بالا ببرد.

۵- برآورد تابع بقا و نتایج شبیه سازی مدل

مدل های تعادلی جزئی و عمومی با استفاده از داده های درامد و همچنین، احتمالات بقاء کالبره شده اند^۱. توابع بقا برای گروه های سنی نیز برآورد شده است. این برآورد اساس کار را برای درونزا کردن مرگ و میر فراهم می کند. بمنظور کالبره کردن مدل باید احتمال بقا q_t را به عنوان تابعی از درامد سرانه برآورد کرد. معادله ی (۳-۷۹) برای انجام این برآورد از نرخ های مرگ و میر و آمار تولید ناخالص داخلی سرانه

۱ - تولید ناخالص داخلی سرانه و احتمال بقا در سال ۲۰۰۰ در ۱۲۳ کشور منتخب با استفاده از آمارهای سازمان بهداشت جهانی استخراج شده است.

استفاده شده است. در متغیر اول یعنی نرخ بقا مردان t و q_x و t نشان دهنده‌ی زمان و x گروه سنی مورد نظر و متغیر دوم $q_{5,t}$ درآمدسرانه است. نرخ بقا مردان، قسمتی از مردانی را که تا سن x از هر ۱۰۰۰۰ تولد زنده می‌ماند را نشان می‌دهد. نرخ‌های بقا برای تا پنج سالگی محاسبه شده است.^۱ $x = (5)$. بدین ترتیب متغیر $q_{5,t}$ به عنوان تابعی از درآمدسرانه به شکل تبعی زیر برآورد شده که در این برآورد از داده‌های ۱۲۳ کشور^۲ استفاده شده است، و از بین سال‌های مختلف سال ۲۰۰۰، به عنوان سال مناسب به دلیل دسترسی مناسب آمار انتخاب شد.

$$q_{\bar{x},t} = a_0(1 - \exp(-a, y_t^-)) \quad (22)$$

ناگفته نماند که این برآورد یک برآورد غیر خطی است. نتایج در پیوست شماره‌ی ۱ آورده شده است که در آن تمامی ضرایب معنی دار است.

۵-۱- کالیبره کردن مدل

مدل تعادل عمومی به وسیله‌ی توابع بقا برآورد شده برای $q_{5,t}$ که در قسمت قبلی توضیح داده شد، کالیبره شده‌اند. هدف از این کار، تحقیق درباره‌ی سازگاری مدل تعادل عمومی با واقعیت‌های آشکار شده‌ی روند توسعه است. پارامترهای دیگر به غیر از q_t با استفاده از برخی مطالعات و تحقیقات و آمار مشاهده شده و همین‌طور، بازدهی آموزش نزدیک به یک انتخاب شده است. لازم به یادآوری است که بالا بودن مقدار β برای داشتن رشد جمعیتی که تابعی زنگوله‌ای شکل از احتمال بقا باشد، لازم است و از این رو، β معادل ۰/۹ انتخاب شد. برای γ فرض شده است که والدین مصرف خودشان و درآمد آینده‌ی فرزندان‌شان را به صورت یکسانی ارزش‌گذاری می‌کنند. از این رو، γ ، ۰/۵ انتخاب شد. با داشتن β و γ ، باید V را چنان انتخاب کرد که محدودیت داشتن نرخ رشد منفی در جمعیت در سطوح درآمدسرانه بالاتر؛ یعنی $(1 - \gamma)(1 - \beta) > V$ را برقرار سازد. بنابراین، V مساوی ۰/۱ در نظر گرفته شد. α نیز با توجه به واقعیت‌های مشاهده شده ۰/۳ انتخاب شد.

کالیبراسیون معادله‌ی (۲۱) به وضعیت‌های پایای چندگانه‌ای منجر شد که در شکل ۴-۲ دیده می‌شود. با استفاده از تابع برآورد شده‌ی بقا برای سال مورد نظر دو وضعیت پایا قابل مشاهده است و

۲ - نحوه‌ی محاسبه‌ی احتمالات بقای در پیوست جمعیت‌شناسی آورده شده است.

۱ - اسامی این کشورها و همچنین، آمار احتمالات بقا و تولید ناخالص داخلی سرانه‌ی PPP نیز در پیوست داده‌ها آمده است.

همین طور، از آن جایی که رشد جمعیت تابع زنگوله ای شکل از درامدسرا نه است و این نرخ رشد در سطوح بالاتر درآمدهای س رانه منفی است، دو وضعیت پایا وجود دارد که رشد پایدار، وضعیت پایدار غالب خواهد بود.

شبیه سازی نشان می دهد که احتمالات بقا برآورد شده، امکان وجود وضعیت های پایای چندگانه را تأیید می کند. یکی از این وضعیت های پایا مربوط به سطحی از درامدسرا نه است که وضعیتی ناپایدار دارد. جدول ۴-۱ نتایج عددی مربوط به کالیراسیون را نشان می دهد که مطابق با دو وضعیت پایای نشان داده شده در شکل ۴-۲ است. باید توجه داشت که از آن جایی که مدل از بسیاری از عوامل مهم روند توسعه چشم پوشی کرده است، این امکان که داده ها یک به یک با شبیه سازی مطابقت داشته باشند، وجود ندارد.

درامدسرا نه به صورت لگاریتمی طبیعی تعریف شده است و از این رو، درامد وضعیت پایای مالتوسی به دست آمده در شبیه سازی، یعنی ۵/۳۵ با ۲۰۵ دلار و درامد وضعیت پایای رشد ۹/۰۸ با ۸۷۷۸ دلار معادل است. با مقایسه ی آن با داده های واقعی کشورهای که در رژیم مالتوسی به تله افتاده اند که درامدسرا نه ای در حد معاش بین ۱۰۰-۵۰۰ دلار دارند، همینطور کشورهای ثروتمندی که در مسیر رشد قرار گرفته اند و دارای درامدسرا نه ای در حدود ۱۰۰۰۰-۳۰۰۰۰ می باشند، می توان دید این نسبت اختلاف ۲۰۰ برابر است که شباهت بسیاری با یافته های این مطالعه دارد. باید این مطلب را نیز خاطر نشان کرد که وضعیت پایای در حال رشد یک وضعیت پایای ناپایدار است. اگر اقتصاد بالاتر از این آستانه شروع کند، برای همیشه رشد پایدار خواهد داشت و گر نه در دام مالتوسی گرفتار خواهد شد.

کالیراسیون مدل تعادل عمومی به این پرسش که آیا تغییر کوچک در احتمال بقا موجب تغییرات بزرگ تر در رفتار والدین به خصوص در باروری می شود، پاسخ نمی دهد و از این رو، باید مدل تعادل جزیی کالیره شود که در آن مرگ و میر برونزاست و این مطلب در جدول (۳) نشان داده شده است. نتایج نشان می دهد که تأثیر کاهش مرگ و میر از نظر اقتصادی معنی دار است. در سطح احتمال بقا ($q = 0.85$) یک درصد افزایش در احتمال بقا کاهش دو درصد کاهش در باروری و دو درصد افزایش در سرمایه گذاری روی آموزش را سبب می شود. بنابراین، اگر چه کاهش در مرگ و میر نمی تواند کل کاهش در باروری مشاهده شده را توجیه کند؛ اما، می تواند قسمت معنی داری را پوشش دهد. همین طور، مقایسه ی نتایج به دست آمده با شبیه سازی مدل اوزجان نشان می دهد ضرایب به دست آمده با نتایج مدل پایه ای در همگرایی هستند و هیچ نوع تورش مفهومی در آن دیده نمی شود.

جدول (۱) نتایج شبیه سازی مدل تعادل عمومی مقاله

۵/۳۵۲۶۵۶۵	درآمدسرانه‌ی مرحله‌ی مالتوسی
۹/۰۸۵۷۰۱۳	درآمدسرانه‌ی مرحله‌ی رشد
۰/۷۰۴۲۳۳۷	احتمال بقا در مرحله‌ی مالتوسی
۰/۸۵۴۲۸۱۲	احتمال بقا در مرحله‌ی رشد
۱/۲۴۱۰۳۶۹	باروری در مرحله‌ی مالتوسی
۰/۹۲۰۵۸۱۵	باروری در مرحله‌ی رشد

منبع: محاسبات تحقیق

جدول (۲) نتایج شبیه سازی مدل تعادل عمومی مدل اوزجان (۲۰۰۳)

۳/۰	درآمدسرانه‌ی مرحله‌ی مالتوسی
۸/۰	درآمدسرانه‌ی مرحله‌ی رشد
۰/۵۱	احتمال بقا در مرحله‌ی مالتوسی
۰/۸۳	احتمال بقا در مرحله‌ی رشد
۲	باروری در مرحله‌ی مالتوسی
۱/۲	باروری در مرحله‌ی رشد

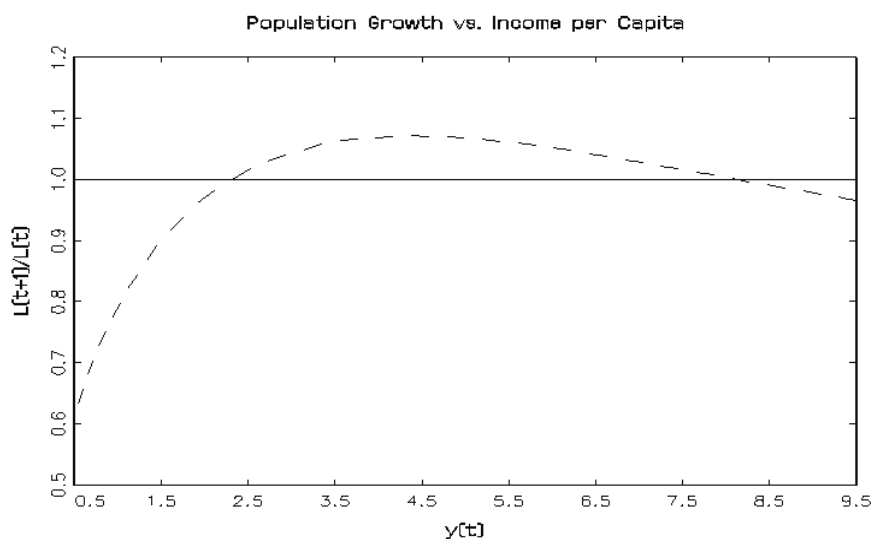
منبع: محاسبات تحقیق

جدول (۳) نتایج کالیبراسیون مدل تعادل عمومی

$\frac{dn}{dq}(q=۰,۸۵)$	-۲/۲۳۴۶۹۰۱
$elasticity \frac{dn}{dq}(q=۰,۸۵)$	-۲/۰۴۲۸۰
$\frac{de}{dq}(q=۰,۸۵)$	۲/۱۱۱۴۱
$elasticity \frac{de}{dq}(q=۰,۸۵)$	۲/۲۵۱۷۱

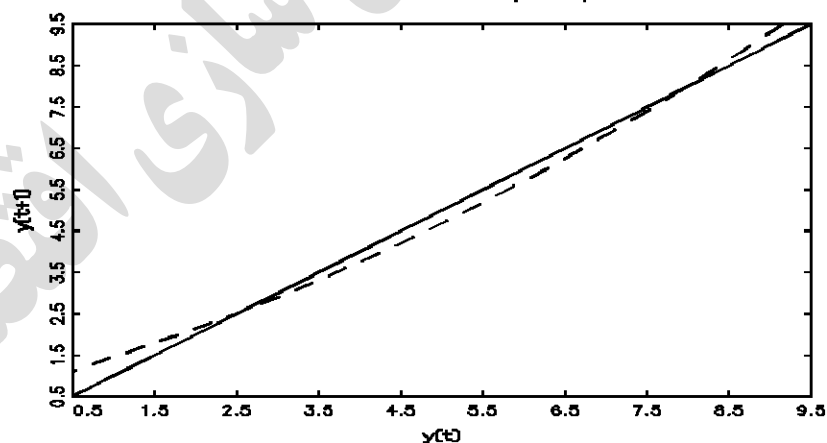
منبع: محاسبات تحقیق

شکل ۴- رشد جمعیت تابعی از درامدسرانه



منبع: محاسبات تحقیق

شکل ۵- تکامل حرکتی درآمدسرانه (کالیبراسیون معادله‌ی (۲۱) با پارامترهای پایه)



منبع: محاسبات تحقیق

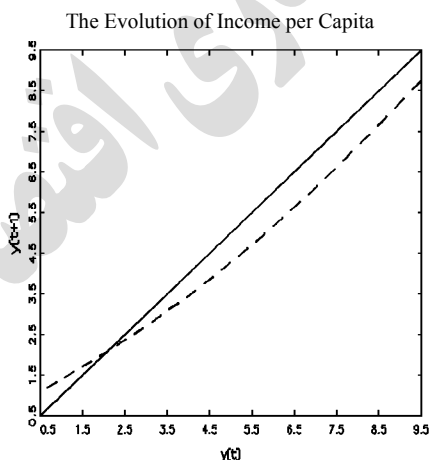
۵-۲- تحلیل حساسیت نتایج:

در این قسمت حساسیت یافته‌ها نسبت به تغییر پارامترها در دامنه‌ی قابل قبول ارزیابی می‌شود. نتایج این مدل به مقادیر برآورد شده تابع بقا حساس است. در شکل‌های ۶، ۷، ۸ و ۹ نتایج حاصل از تغییر این تابع نشان داده شده است. همچنین در شکل‌های ۱۱، ۱۰، ۱۲ و ۱۳ مقادیر پارامتر γ و β با این شرط که نامعادله‌ی معرفی شده در $(1-\gamma)(1-\beta) > \gamma$ به هم نخورد، به ترتیب از مقدار 0.5 به 0.3 و از 0.1 به 0.5 تغییر داده شده است.

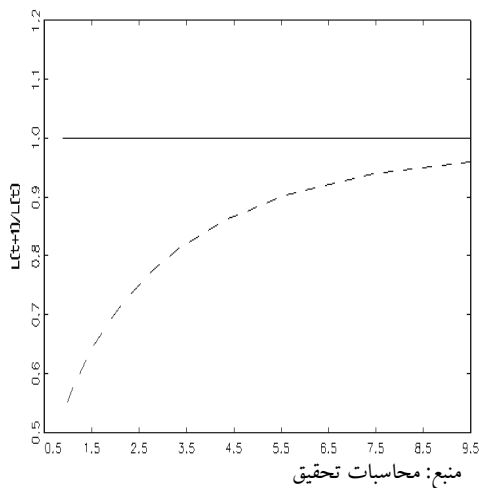
همچنان که از شکل‌های ۹-۶ قابل برداشت است، در اثر کاهش احتمال بقا به رقم 0.3 که با داده‌های واقعی به ندرت روی می‌دهد، دوره‌ی رشد پایدار روی نمی‌دهد. با این استنتاج اولیه تا حدودی قابل پیش‌بینی است که با کاهش احتمال بقا و افزایش مرگ و میر رشد پایدار که بیشتر از طریق مکانیسم آموزش به وجود می‌آید، وقفه پیدا می‌کند. که البته، نتیجه‌ی معکوس آن نیز برقرار است، به این مفهوم که با افزایش احتمال بقا و کاهش مرگ و میر رشد پایدار در دسترس خواهد بود و در درآمدهای سرانه‌ی پایین‌تری به وقوع خواهد پیوست.

از آنجایی که چنین فرض شد که والدین مصرف خودشان و درآمد آینده‌ی فرزندان‌شان را به صورت یکسانی ارزش‌گذاری می‌کنند، 0.5 انتخاب شد. حال، در صورت تغییر این فرض به خودپسندی والدین و افزایش مصرف در هر دوره پارامتر γ را به مقدار 0.1 کاهش داده می‌شود. کالیبراسیون دوباره حاکی از این است که این تغییر نیز به مرحله‌ی رشد پایدار منجر نمی‌شود.

شکل ۷- تکامل حرکتی درآمد سرانه
(کالیبراسیون معادله‌ی (۲۱) به ازای عرض از مبدا
تابع احتمال بقا مساوی 0.3)



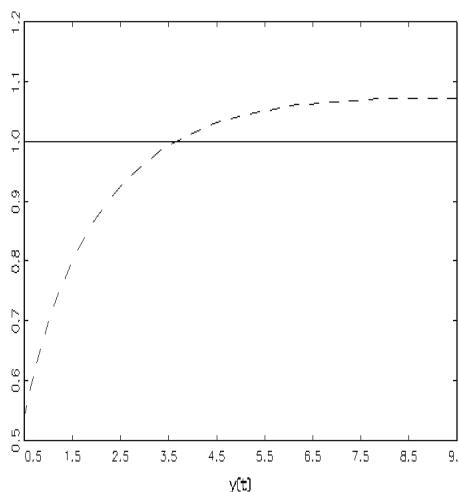
شکل ۶- رشد جمعیت تابعی از درآمد سرانه به
ازای عرض از مبدا تابع احتمال بقا مساوی 0.3



شکل ۸- رشد جمعیت تابعی از درامدسروانه به

ازای عرض از مبدا تابع احتمال بقا مساوی ۰/۷

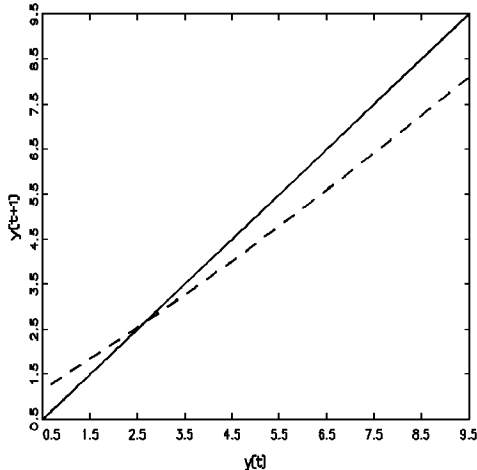
Population Growth vs. Income per Capita



منبع: محاسبات تحقیق

شکل ۹- تکامل حرکتی درآمدسروانه به ازای

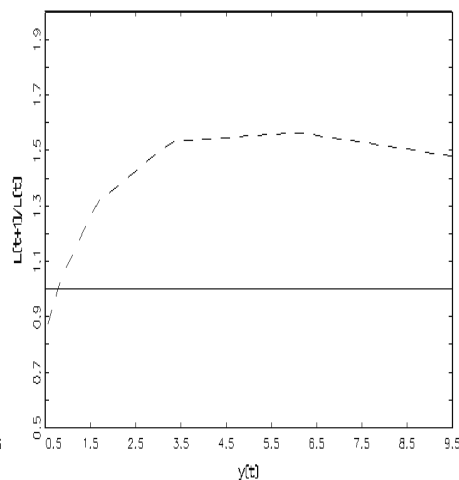
The Evolution of Income per Capita



شکل ۱۰- رشد جمعیت تابعی از

درامدسروانه به ازای $\gamma = 0.3$

Population Growth vs. Income per Capita

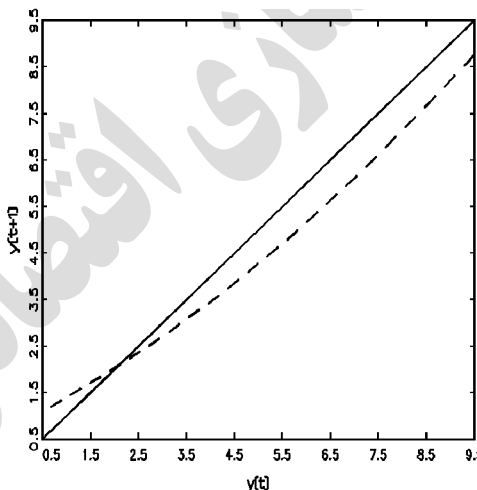


منبع: محاسبات تحقیق

شکل ۱۱- تکامل حرکتی درآمدسروانه به

ازای $\gamma = 0.3$

The Evolution of Income per Capita



۶- خلاصه، نتیجه‌گیری و پیشنهادها

این مقاله کوشید تا با استفاده از تأثیرات کاهش نرخ مرگ و میر بر باروری، آموزش در قالب مدل‌های رشد اقتصادی بخشی از تحولات جمعیتی را توضیح دهد. برای انجام این کار با وارد کردن ناطمینانی ناشی از مرگ و میر در چارچوب‌های تعادل جزئی و عمومی سعی در تبیین کاهش در باروری داشت. با وارد کردن ناطمینانی به مدل، این فرضیه که رشد جمعیت تابعی کوهانی شکل از درآمد سرانه می‌گردد، با کاهش تقاضای احتیاطی تأیید شد. همچنین، با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی و کالبراسیون و استفاده از الگوی کوهانی شکل رشد جمعیت به عنوان تابعی از درآمد سرانه وضعیت‌های پایایی چندگانه‌ای تأیید شد و مقادیر کمی نیز به ازای سناریوهای مختلف به دست آمد. نتایج نشان می‌دهد که تأثیر کاهش مرگ و میر بر باروری از نظر اقتصادی معنی دار است. در سطح احتمال بقا ۸۵ درصدی یک درصد افزایش در احتمال بقا بین دو درصد کاهش در باروری و دو درصد افزایش در سرمایه‌گذاری روی آموزش را سبب می‌شود. بنابراین، اگر چه کاهش در مرگ و میر نمی‌تواند کل کاهش در باروری مشاهده شده را توجیه کند؛ اما، می‌تواند قسمت معنی داری را پوشش دهد. با توجه به نتایج برگرفته از این مطالعه می‌توان برای کاهش باروری در مناطقی که دارای احتمال بقا به نسبت کم‌تری هستند، استفاده کرد و با کاهش مرگ و میر، به‌خصوص نوزادان، بر نرخ‌های باروری تأثیر گذار بود. برای محققین زمینه‌ی مطالعاتی تحلیل تأثیرات مرگ و میر نوزادان و بزرگسالان و ارتباط آن با مدل‌های طول دوره‌های زندگی و انتقالات بین نسلی توصیه می‌شود.

منابع:

- بورگینز، گراهام (۱۳۷۲)، مقدمه‌ای بر نظریه کنترل و کنترل مهندسی، بزرگ‌نیا - ابوالقاسم، وحیدیان، علی، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد.
- جونز، هایول (۱۳۷۰)، درآمدی به نظریه‌های جدید رشد اقتصادی، لطفی. صالح، چاپ اول، تهران، مرکز نشر دانشگاهی.
- زنجانی. حبیب‌الله و کوششی، مجید (۱۳۷۱)، بررسی مرگ و میر در ایران در مطالعات مربوط به تحول جمعیت در طرح‌ریزی کالبدی ملی از ۱۳۶۵ تا ۱۴۰۰، مرکز مطالعات و تحقیقات شهرسازی و معماری ایران، تهران.
- عباسی شوازی: محمدجلال، حسینی چاوشی، میمنت، مک دونالد. پیترو و دلاور، بهرام و (۱۳۸۲)، تحولات باروری در ایران شواهدی از چهار استان منتخب، بهمن، دانشگاه تهران.

- Barro, Robert J. and Gary S. Becker (1989) Fertility Choice in a Model of Economic Growth, *Econometrica*, 57(2), pp. 481-501.
- Becker, Gary S, and Kevin , Murphy Tammura. (1990). Human Capital, Fertility, and Economic Growth , *Journal of Political economy*, 98(5, part 2), S 12-S 37
- Becker, Gary S., and Robert J. Barro .(1988). A reformulation of the economic theory of fertility. *Quarterly Journal of Economics* 103(1), 1-25
- Becker. G.S. (1960). An economic analysis of fertility in: Demographic and economic change in developed countries, A conference of the universities NBER Committee for Economic Research (Princeton university press, Princeton. NJ).
- Cass D (1965) Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. *Review of Economic Studies* 32 (3): 233-240.
- Ehrlich, I. and Lui, F. (1991), 'Intergenerational trade, longevity, intrafamily transfers and economic growth', *Journal of Political Economy* 99.
- Galor, Oded, and David N. Weil (2004). From Malthusian Stagnation to Modern Growth, *American Economic Review* 89:3, 150-154
- Jones, C.(1999). Growth: With or Without Scale Effects, *American Economic Review*, 89, May, 139-149
- Kalemli-Ozcan, Sebnem. 2003. A Stochastic Model of Mortality, Fertility, and Human. Capital Investment .*Journal of Development Economic* February, Vol. 70(1), 103-118.
- Solow, Robert M., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, February 1956, 70, 65-94
- Van de Kaa, D. J. (2001b). Demographic Transition, Second. *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences*, Vol. 5, pp. 3486-3488.